Kontinuumsmechanik - Übung
Dr.-Ing. Rainer Glüge

Hausaufgabe 2
01.11.2013
Marcus Aßmus

Mengen und Gruppen

Aufgabe:
Denken Sie sich eine Menge aus, die bis auf das dritte Gruppenaxiom (Invertierbarkeitsaxiom) die Gruppenaxiome bzgl. Hintereinanderschaltung ($\boldsymbol{AB}$) und Addition ($\boldsymbol{A}+\boldsymbol{B}$) erfüllt sowie Untermenge von $\mathscr{L}in$ ist.

Gruppenaxiome bzgl. Hintereinanderschaltung: (neutrales Element $\mathbf{1}$)

(G1)	$\boldsymbol{A}_1\boldsymbol{A}_2 = \boldsymbol{A}_3$	$\forall\ \boldsymbol{A}_i \in \mathscr{G}$	(Abgeschlossen bei Hintereinanderschaltung)
(G2)	$\mathbf{1}\boldsymbol{A}_1 = \boldsymbol{A}_1$	$\forall\ \mathbf{1} \in \mathscr{G}$	($\exists$ neutrales Element)
~~(G3)~~	$\cancel{\boldsymbol{A}_1\boldsymbol{A}_1^{-1} = \mathbf{1}}$	$\cancel{\forall\ \boldsymbol{A}_1 \in \mathscr{G}}$	~~(Invertierbarkeit)~~
(G4)	$\boldsymbol{A}_1(\boldsymbol{A}_2\boldsymbol{A}_3) = (\boldsymbol{A}_1\boldsymbol{A}_2)\boldsymbol{A}_3$	$\forall\ \boldsymbol{A}_i \in \mathscr{G}$	(Assoziativität)

Gruppenaxiome bzgl. Addition: (neutrales Element $\mathbf{0}$)

(G1)	$\boldsymbol{A}_1 + \boldsymbol{A}_2 = \boldsymbol{A}_3$	$\forall\ \boldsymbol{A}_i \in \mathscr{G}$	(Abgeschlossen bei Addition)
(G2)	$\mathbf{0} + \boldsymbol{A}_1 = \boldsymbol{A}_1$	$\forall\ \mathbf{0} \in \mathscr{G}$	($\exists$ neutrales Element)
~~(G3)~~	$\cancel{\boldsymbol{A}_1 - \boldsymbol{A}_1^{-1} = \mathbf{0}}$	$\cancel{\forall\ \boldsymbol{A}_1 \in \mathscr{G}}$	~~(Invertierbarkeit)~~
(G4)	$\boldsymbol{A}_1 + (\boldsymbol{A}_2 + \boldsymbol{A}_3) = (\boldsymbol{A}_1 + \boldsymbol{A}_2) + \boldsymbol{A}_3$	$\forall\ \boldsymbol{A}_i \in \mathscr{G}$	(Assoziativität)

Ist das dritte Gruppenaxiom nicht erfüllt, so werden trotzdem die Eigenschaften der Tensoren übertragen. Zur Übertragbarkeit der Eigenschaften reicht eigentlich schon das erste Gruppenaxiom aus.

Lösung:

$\mathscr{P}os\mathscr{K}o$: Menge aller Tensoren, deren Einträge in der Koeffizientenmatrix alle größer gleich Null sind ($A_{ij} \geq 0$)